高中数学必修 4 之平面向量

知识点归纳：

一.向量的基本概念与基本运算

1、向量的概念：

①向量：既有大小又有方向的量。向量不能比较大小，但向量的模可以比较大小.

②零向量：长度为 0 的向量，记为 0，其方向是任意的，0 与任意向量平行

③单位向量：模为 1 个单位长度的向量。

④平行向量（共线向量）：方向相同或相反的非零向量。

⑤相等向量：长度相等且方向相同的向量。。

2、向量加法：设 $\overrightarrow{AB}$ $\vec{a}, \overrightarrow{BC}$ $\vec{b}$，则 $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$。

（1）0 a a 0 a；（2）向量加法满足交换律与结合律；

$\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{CD}$ L $\overrightarrow{PQ}$ $\overrightarrow{QR}$ $\overrightarrow{AR}$，但这时必须“首尾相连”.

3、向量的减法：① 相反向量：与 a 长度相等、方向相反的向量，叫做 a 的相反向量。

②向量减法：向量 a 加上 b 的相反向量叫做 a 与 b 的差，③作图法：a b 可以表示为从 b 的终点指向 a 的终点的向量（a、b 有共同起点）。

4、实数与向量的积：实数λ与向量 a 的积是一个向量，记作λ a，它的长度与方向规定如下：

（Ⅰ）$|$ $a|$ $|$ $|$ $|a|$；（Ⅱ）当 0 时，λ a 的方向与 a 的方向相同；当 0 时，λ a 的方向与 a 的方向相反；当 0 时，a 0，方向是任意的。

5、两个向量共线定理：向量 b 与非零向量 a 共线 有且只有一个实数，使得 $b=$ a。

6、平面向量的基本定理：如果 e_1, e_2 是一个平面内的两个不共线向量，那么对这一平面内的任一向量 a，有且只有一对实数 $_1$，$_2$ 使：a $_1e_1$ $_2e_2$，其中不共线的向量 e_1, e_2 叫做表示这一平面内所有向量的一组基底。

二.平面向量的坐标表示

1.平面向量的坐标表示：平面内的任一向量 $\vec{a}$ 可表示成 $\vec{a}$ $x\vec{i}$ $y\vec{j}$，记作 $\vec{a}=(x,y)$。

2.平面向量的坐标运算：

(1) 若 $\vec{a}$ x_1, y_1 $,\vec{b}$ x_2, y_2，则 $\vec{a}$ $\vec{b}$ x_1 x_2, y_1 y_2

(2) 若 A x_1, y_1 $, B$ x_2, y_2，则 $\overrightarrow{AB}$ x_2 x_1, y_2 y_1

(3) 若 $\vec{a}=(x,y)$，则 $\vec{a}=($ $x,$ $y)$

(4) 若 $\vec{a}$ x_1, y_1 $,\vec{b}$ x_2, y_2，则 $\vec{a}//\vec{b}$ x_1y_2 x_2y_1 0

(5) 若 $\vec{a}$ x_1, y_1 $,\vec{b}$ x_2, y_2，则 $\vec{a}$ $\vec{b}$ x_1 x_2 y_1 y_2

若 $\vec{a}$ $\vec{b}$，则 x_1 x_2 y_1 y_2 0

三．平面向量的数量积

1.两个向量的数量积：

已知两个非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$，它们的夹角为　，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos$

叫做 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的数量积（或内积）。规定 $\vec{0} \quad \vec{a} \quad 0$。

2.向量的投影：$|\vec{b}| \cos = \dfrac{\vec{a} \quad \vec{b}}{|\vec{a}|} \in R$，称为向量 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影。投影的绝对值称为射影。

3.数量积的几何意义：$\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于 $\vec{a}$ 的长度与 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影的乘积。

4.向量的模与平方的关系：$\vec{a} \quad \vec{a} \quad \vec{a}^2 \quad |\vec{a}|^2$。

5.乘法公式成立：

$\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{a}^2 \quad \vec{b}^2 \quad |\vec{a}|^2 \quad |\vec{b}|^2$；

$\vec{a} \quad \vec{b}^2 \quad \vec{a}^2 \quad 2\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{b}^2 \quad |\vec{a}|^2 \quad 2\vec{a} \quad \vec{b} \quad |\vec{b}|^2$

6.平面向量数量积的运算律：

①交换律成立：$\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{b} \quad \vec{a}$

②对实数的结合律成立：$\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{a} \quad \vec{b} \quad R$

③分配律成立：$\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c} \quad \vec{a} \quad \vec{c} \quad \vec{b} \quad \vec{c} \quad \vec{c} \quad \vec{a} \quad \vec{b}$

特别注意：（1）结合律不成立：$\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c} \quad \vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}$；

（2）消去律不成立 $\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{a} \quad \vec{c}$ 不能得到 $\vec{b} \quad \vec{c}$

（3）$\vec{a} \quad \vec{b} = 0$ 不能得到 $\vec{a} = \vec{0}$ 或 $\vec{b} = \vec{0}$。

7.两个向量的数量积的坐标运算：

已知两个向量 $\vec{a} \quad (x_1, y_1), \vec{b} \quad (x_2, y_2)$，则 $\vec{a} \quad \vec{b} = x_1 x_2 \quad y_1 y_2$。

8.向量的夹角：已知两个非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$，作 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，则∠AOB=　（$0^0$　　180^0）叫做向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角。

$$\cos \quad = \cos \quad \vec{a}, \vec{b} \quad \frac{\vec{a} ? \vec{b}}{|\vec{a}| ? |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 \quad y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 \quad y_1^2} \sqrt{x_2^2 \quad y_2^2}}$$

当且仅当两个非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 同方向时，θ $=0^0$，当且仅当 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反方向时θ $=180^0$，同时 $\vec{0}$ 与其它任何非零向量之间不谈夹角这一问题。

9.垂直：如果 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 90^0 则称 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 垂直，记作 $\vec{a} \perp \vec{b}$。

10.两个非零向量垂直的充要条件：

$a \perp b \quad a \cdot b = O \quad x_1 x_2 \quad y_1 y_2 \quad 0$.平面向量数量积的性质